

# 基于 Matern 簇过程的 NOMA-HetNet 覆盖概率分析

景小荣<sup>1,2</sup>, 陈怡西<sup>1</sup>, 陈前斌<sup>1,2</sup>

(1. 重庆邮电大学通信与信息工程学院, 重庆 400065; 2. 重庆邮电大学移动通信技术重庆市重点实验室, 重庆 400065)

**摘 要:** 考虑到用户与基站间的相关性和网络的不规则性, 建立了基于 Matern 簇过程 (MCP) 的非正交多址接入型异构网 (NOMA-HetNet) 模型, 并结合该模型分析了各类用户的覆盖概率。在分析过程中, 首先, 从理论上推导出用户的信干噪比 (SINR); 其次, 针对现实中的非完美串行干扰消除 (SIC) 方案, 给出了一种更符合实际情况的 SINR 上限更新规则; 然后, 利用空间坐标系、概率论、随机几何理论和顺序统计量等数学工具分析了各类用户关联概率和服务距离; 最后, 推导了各类用户覆盖概率的理论表达式。利用数值仿真分析了簇半径、基站密度和干扰残余因子对服务距离和覆盖概率的影响, 取得了与理论分析相吻合的结果, 验证了理论分析的正确性。

**关键词:** 非正交多址接入型异构网; Matern 簇过程; 服务距离; 覆盖概率

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-436x.2020150

## Analysis of coverage probability in NOMA-HetNet based on Matern cluster process

JING Xiaorong<sup>1,2</sup>, CHEN Yixi<sup>1</sup>, CHEN Qianbin<sup>1,2</sup>

1. School of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China

2. Chongqing Key Lab of Mobile Communications Technology, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China

**Abstract:** Considering the correlation between the users and base stations and the network irregularity, the non-orthogonal multiple access heterogeneous networks (NOMA-HetNet) based on Matern cluster process (MCP) was modeled. The coverage probability of UEs was analyzed. Firstly, the signal-to-interference-plus-noise ratios (SINR) of UEs were theoretically derived. Secondly, an updating law for the upper limit of SINR was presented for the imperfect serial interference elimination (SIC) scheme, which was more consistent with the reality. Then, using the mathematical tools such as spatial coordinate system, probability theory, stochastic geometry theory and order statistics, the correlation probability and service distances of the different types of UEs were analyzed. Finally, the theoretical expression of the coverage probability of UEs was derived. The effects of cluster radius, base station density, interference residual factors on service distances, and coverage probability are verified by numerical simulations. The simulation results are consistent with the theoretical analysis, which testifies the correctness of the theoretical analysis.

**Key words:** NOMA-HetNet, MCP, service distance, coverage probability

### 1 引言

作为第五代无线移动通信系统 (5G, 5th generation) 新兴无线网络架构技术<sup>[1]</sup>的重要组成部分,

密集异构网络 (HetNet, heterogeneous network)<sup>[2]</sup>通过密集部署多种类型的基站 (BS, base station), 缩小了用户 (UE, user) 与无线接入点间的距离, 大幅提升了网络的覆盖能力; 同时, 非正交多址接

收稿日期: 2020-04-28; 修回日期: 2020-06-07

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61701062); 重庆市基础与前沿研究计划基金资助项目 (No.cstc2019jcyj-msxmX0079)

**Foundation Items:** The National Natural Science Foundation of China (No.61701062), Chongqing Research Program of Basic Research and Frontier Technology (No.cstc2019jcyj-msxmX0079)

入 (NOMA, non-orthogonal multiple access) 采用非正交资源分配方式来容纳更多用户, 使频谱效率得到显著提升<sup>[3]</sup>。将 NOMA 应用在 HetNet 中, 形成 NOMA-HetNet, 可在增强通信覆盖的同时, 使系统所服务的 UE 数量得到进一步提升, 因此, NOMA-HetNet 引起了学术界的极大关注<sup>[4]</sup>。

由于网络的随机性和不规则性<sup>[5]</sup>, 随机几何近年来被广泛应用于 HetNets 的建模中, 常用的方法包括泊松点过程 (PPP, Poisson point process) 和泊松簇过程<sup>[6]</sup> (PCP, Poisson cluster process)。在基于 PPP 的 HetNet 研究中, 文献[7]将随机几何模型从无线自组织网络中推广到多层 HetNet, 推导了覆盖率、中断率和平均可达速率的表达式; 但各层 BS 和 UE 被假设为完全相互独立的 PPP, 没有考虑节点间、用户间的相关性。

现实中, 在一些热点区域, UE 通常成簇分布, 与 BS 间存在一定的耦合性。最新研究表明, 由 PPP 引申出的 PCP 非常适合用来表征网络节点的空间相关性, 它能够利用点的聚类效应, 弥补 3GPP 提出的 HetNet 模型实例与基于 PPP 对 HetNet 进行分析的差距<sup>[8-9]</sup>, 其中最受欢迎的包括 Thomas 簇过程 (TCP, Thomas cluster process) 和 Matern 簇过程 (MCP, Matern cluster process)。基于此, 学者们对 HetNet 的结构进行了细致的理论研究, 其中文献[10]讨论了 PPP 和 PCP 混合分布时的网络模型, 并利用 PCP 中的相关距离分布和干扰的拉普拉斯变换推导出了覆盖率的积分表达式; 而文献[11]则采用 PCP 建立了以用户为中心的双层 HetNet 网络模型, 将宏基站 (MBS, macro base station) 建模为 PPP, 小基站 (SBS, small base station) 和 UE 均建模为 TCP, 进而在基于最小距离和最大平均接收功率 2 种关联准则下, 讨论了系统参数与关联概率和覆盖率的关系。由于在基于 PPP 和 PCP 的 HetNet 模型中, 推导覆盖率和中断率时均离不开用户与传输节点间距离的分布特性, 因此, 文献[12]和文献[13]基于 TCP 和 MCP 分别讨论了最近邻距离和接触距离的分布特性。

随着 NOMA 技术的兴起, 基于随机几何理论, 针对 NOMA 的研究成为热点。文献[14]采用 PPP 建立了下行 NOMA 系统分析框架, 通过求解信道增益的分布特性, 推导了用户覆盖率和平均可达速率的表达式; 文献[15]研究了 NOMA 中串行干扰消除 (SIC, successive interference cancellation) 引起的

错误传播率对系统性能的影响。然而, 这两项研究均未考虑 UE 与 BS 间的关联性。以各 BS 为中心, 采用 NOMA 技术为固定数量的用户提供服务, 文献[16]在分析覆盖概率之余, 提出了最大化小区和速率的功率分配算法, 并证明了残留的小区间干扰较小时, NOMA 较正交多址接入 (OMA, orthogonal multiple access) 能获得更高的小区 and 速率。上述工作研究了融合 NOMA 技术且具有随机几何特性的单层网络, 但对于涵盖了多种类型基站的 HetNet 而言, 这些工作存在一定的局限性。此外, 采用 SIC 技术抑制簇内干扰时, 文献[14]假设信道增益大的强用户总是能成功解码弱用户信号; 在文献[16]中, 强用户若不能解码弱用户信号, 该强用户便不能成功解码。两者分别考虑了 SIC 解码时的最好和最坏情形, 然而在实际情况中, 强用户不能总是成功解码弱用户信号, 解码弱用户信号失败时, 也有可能成功解码自身信号。这些不足在现有工作中均未充分考虑。

针对 NOMA-HetNet, 学者们进行了有意义的探讨和研究。文献[17]阐述了 NOMA 对 5G HetNet 容量提升的意义, 证明了在 HetNet 中实行 NOMA 或混合多址接入方式时, 采用多种用户配对方案均能有效提高系统和速率, 但没有考虑网络的不规则性, 忽略了 BS 和 UE 在空间分布上的相关性和随机性。针对双用户 NOMA-HetNet 场景, 考虑层内和跨层干扰并存时的干扰管理问题, 文献[18]研究了最大化和速率目标下, 联合频谱分配和功率控制的优化问题, 证明了其提出的 NOMA 增强型 HetNet 在和速率和用户连接性方面均显著优于基于 OMA 的 HetNet; 文献[19]则在该场景下, 重点研究了基于压缩感知理论的干扰管理方案, 表明在 NOMA-HetNet 系统中, 采用合适的干扰管理技术, 系统和速率和中断概率方面的性能较 OMA 更优。但文献[18-19]是在已完成用户关联方案的前提下进行的研究, 存在一定的局限性。针对多小区多用户 NOMA-HetNet 场景, 文献[20]融合 5G 中的能源协作技术, 研究了可再生能源和常规电网 2 种方式为 BS 供能情况下, 最大化能效的资源分配算法, 证明了 NOMA 可以实现比 OMA 更高的能效性能。尽管上述工作从不同角度证明了 NOMA 应用在 HetNet 中提升系统整体性能的优势, 但鲜有研究考虑 BS 和 UE 在空间上的相关性, 关注基于随机几何的 NOMA-HetNet 中用户的性能。

在上述分析的基础上，针对现有研究工作的不足，本文的创新工作总结如下。

1) 根据网络的不规则性和 UE 与 BS 间的相关性，将 MBS 建模为 PPP，SBS 和 UE 共同建模为 PCP，提出了一种基于 MCP 的 NOMA-HetNet 模型，为 NOMA-HetNet 部署提供了一定理论支撑。

2) 为了分析系统中 UE 覆盖概率，提出了利用空间坐标系、概率论、随机几何理论和顺序统计量等数学工具来求解关联概率和服务距离分布特性的思路。所得结果有助于分析实际情况中节点间存在相关性的无线网络性能。

3) 针对现实中的非完美 SIC 方案，根据弱用户信号是否解码成功，给出了一种更符合实际情况的信干噪比 (SINR, signal to interference plus noise ratio) 上限更新规则，并基于此，利用干扰的拉普拉斯变换推导了用户覆盖概率的理论表达式。

4) 给出的基于 MCP 的双层 NOMA-HetNet 模型具有一般性，可扩展到其他 PCP (如 TCP) 或基于其他关联准则的网络中。

## 2 系统模型

本节给出基于 MCP 的新型 NOMA-HetNet 模型，具体包括空间网络模型、关联策略及用户成簇方式。

### 2.1 空间网络模型

考虑如图 1 所示的双层超密集异构网络模型。其中，MBS 建模为强度为  $\lambda_m$  的齐次泊松点过程 (HPPP, homogeneous Poisson point process)， $\Phi_m \equiv \{m_0, m_1, m_2, \dots\}$  表示网络中所有 MBS 的位置矢量集合，对 MBS 所在宏小区基于 Voronoi 图进行划分；SBS 和 UE 共同建模为 MCP，即 SBS 为 MCP 的父过程点，假设这些父过程点为强度  $\lambda_s$  的独立 HPPP， $\Phi_s \equiv \{s_0, s_1, s_2, \dots\}$  表示网络中所有 SBS 的位置矢量集合；UE 建模为 MCP 的子过程点，假设  $N$  个 UE 均匀地分布在以 SBS 为圆心， $R$  为簇半径的圆内。令  $\Phi_u \equiv \bigcup_{s \in \Phi_s} \Phi_{s,u}$  表示系统中的所有 UE，其中  $\Phi_{s,u} \equiv \{u_{s1}, \dots, u_{sN}\}$  表示 SBS  $s$  覆盖范围内的 UE 位置矢量集合。于是，在单个宏小区内，近似分布着  $\left\langle \frac{N\lambda_s}{\lambda_m} \right\rangle$  个 UE，其中， $\langle \cdot \rangle$  表示四舍五入取整操作。

根据 MCP 的定义，SBS  $s$  覆盖范围内的任意 UE  $u$  的概率密度函数 (PDF, probability density

function) 为

$$f_U(\mathbf{u}) = \begin{cases} \frac{1}{\pi R^2}, & \|\mathbf{s} - \mathbf{u}\| \leq R \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

其中， $\|\mathbf{s} - \mathbf{u}\| = r_s$  为  $\mathbf{s}$  与  $\mathbf{u}$  之间的距离，其 PDF 和累积分布函数 (CDF, cumulative distribution function) 分别如式(2)和式(3)所示。

$$f_{R_s}(r_s) = \begin{cases} \frac{2r_s}{R^2}, & 0 < r_s \leq R \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

$$F_{R_s}(r_s) = \begin{cases} \frac{r_s^2}{R^2}, & 0 < r_s \leq R \\ 1, & r_s > R \end{cases} \quad (3)$$

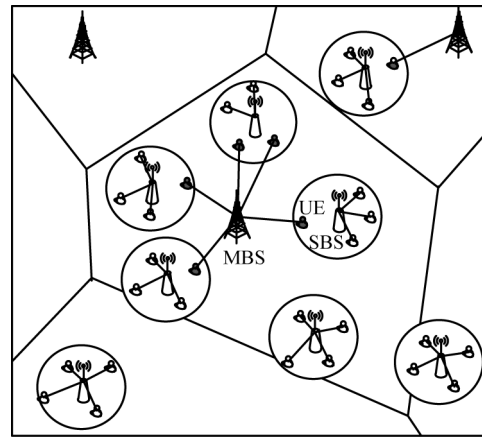


图 1 双层超密集异构网络模型

根据 HPPP 的性质<sup>[21]</sup>，SBS 与距其最近的 MBS 之间的距离  $r_b$  的 PDF 和 CDF 分别如式(4)和式(5)所示。

$$f_{R_b}(r_b) = 2\pi\lambda_m r_b e^{-\pi\lambda_m r_b^2}, 0 < r_b < \infty \quad (4)$$

$$F_{R_b}(r_b) = 1 - \exp(-\pi\lambda_m r_b^2), 0 < r_b < \infty \quad (5)$$

### 2.2 关联策略及用户成簇方式

如图 1 所示，系统中每个 UE 有 2 个候选关联 BS，分别为父过程点 SBS、父过程点 SBS 所在宏小区内的 MBS。基于平均接收功率最大化原则，UE 选择其中之一关联。关联同一个 BS 的 UE，形成一个簇，采用 NOMA 技术与关联 BS 进行通信。

不失一般性地，假设典型 UE  $u_0$  位于典型 SBS  $s_0$  的小区内，典型 SBS  $s_0$  位于典型 MBS  $m_0$  的宏小区内，则与 UE  $u_0$  关联的 BS 可表示为

$$\mathbf{x} = \arg \max_{x \in \{m_0, s_0\}} \{P_m \|\mathbf{m}_0 - \mathbf{u}_0\|^{-\alpha}, P_s \|\mathbf{s}_0 - \mathbf{u}_0\|^{-\alpha}\} \quad (6)$$

其中， $P_m$  为 MBS 的最大发射功率， $P_s$  为 SBS 的

最大发射功率,  $\alpha \geq 2$  为路径损耗指数。令关联到  $\mathbf{s}_0$  或  $\mathbf{m}_0$  的 UE 用簇  $\Psi_0^k = \{\mathbf{u}_1^k, \dots, \mathbf{u}_n^k, \dots, \mathbf{u}_{|\Psi_0^k|}^k\}$  ( $k \in \{s, m\}$ ) 表示, 簇内各用户与其所关联 BS 的距离满足  $d_1^k \leq \dots \leq d_n^k \leq \dots \leq d_{|\Psi_0^k|}^k$ , 其中,  $d_n^k = \|\mathbf{x} - \mathbf{u}_n^k\|$ 。如果分配给簇  $\Psi_0^k$  内 UE  $\mathbf{u}_n^k$  的功率为  $p_n^k$ , 则根据距 BS 越远的 UE, 信道增益越小, 应分配更多的功率的原则, 于是, 簇  $\Psi_0^k$  内各 UE 所分配的功率满足  $p_1^k \leq \dots \leq p_n^k \leq \dots \leq p_{|\Psi_0^k|}^k$ ,  $\sum_{n=1}^{|\Psi_0^k|} p_n^k = P_{tk}$ ,  $k \in \{s, m\}$ 。

$\mathbb{P}(\mathcal{A}_s)$  和  $\mathbb{P}(\mathcal{A}_m)$  分别表示关联 SBS 和 MBS 的概率,  $|\Psi_0^s|$  和  $|\Psi_0^m|$  分别表示每个 SBS 和 MBS 关联的平均 UE 数, 则有

$$|\Psi_0^s| = \langle N \mathbb{P}(\mathcal{A}_s) \rangle \quad (7)$$

$$|\Psi_0^m| = \left\langle \frac{N \lambda_s}{\lambda_m} \mathbb{P}(\mathcal{A}_m) \right\rangle \quad (8)$$

### 3 SINR 分析

根据下行 NOMA 技术原理, 簇内 UE 解码时采用 SIC 技术, 先解码信道增益小的弱 UE 信号, 再从接收信号中依次减去信道增益小的弱 UE 信号后, 最后解码自身信号。因此, 对 UE  $\mathbf{u}_n^k$  而言, 簇内用户  $\mathbf{u}_j^k \in \{\mathbf{u}_n^k, \mathbf{u}_{n+1}^k, \dots, \mathbf{u}_{|\Psi_0^k|}^k\}$  ( $j = n, \dots, |\Psi_0^k|$ ) 均需进行解码。于是, 在 UE  $\mathbf{u}_n^k$  处解码 UE  $\mathbf{u}_j^k$  的信号时, UE  $\mathbf{u}_j^k$  的 SINR 可表示为

$$\text{SINR}_{n,j}^k = \frac{p_j^k h_{n,0}^k \|\mathbf{x} - \mathbf{u}_n^k\|^{-\alpha}}{I_{n,j}^{k,\text{intra}} + I_{sk}^{\text{inter}} + I_{mk}^{\text{inter}} + \sigma^2} \quad (9)$$

其中,  $h_{n,0}^k$  表示符合瑞利衰落的小尺度信道衰落系数,  $h_{n,0}^k \sim \exp(1)$ ;  $I_{n,j}^{k,\text{intra}}$ 、 $I_{sk}^{\text{inter}}$ 、 $I_{mk}^{\text{inter}}$  和  $\sigma^2$  分别表示簇内用户间干扰、SBS 产生的干扰、MBS 产生的干扰和噪声功率。

$$I_{n,j}^{k,\text{intra}} = h_{n,0}^k \|\mathbf{x} - \mathbf{u}_n^k\|^{-\alpha} \left( \sum_{i=1}^{j-1} p_i^k + \varepsilon \sum_{i=j+1}^{|\Psi_0^k|} p_i^k \right) \quad (10)$$

其中,  $\varepsilon \in [0, 1]$ , 表示 SIC 后的干扰残余因子。  $\varepsilon = 0$  表示实现完美 SIC;  $\varepsilon = 1$  表示 SIC 完全无效。

当 UE 关联 SBS 时, SBS 和 MBS 产生的干扰

分别表示为

$$I_{ss}^{\text{inter}} = \sum_{s_t \in \mathcal{Q}_s \setminus s_0} \sum_{i=1}^{|\Psi_t^s|} p_{it}^s h_{n,t}^s \|\mathbf{s}_t - \mathbf{u}_n^s\|^{-\alpha} = P_{ts} \sum_{s_t \in \mathcal{Q}_s \setminus s_0} h_{n,t}^s \|\mathbf{s}_t - \mathbf{u}_n^s\|^{-\alpha} \quad (11)$$

$$I_{ms}^{\text{inter}} = \sum_{m_l \in \mathcal{Q}_m} \sum_{i=1}^{|\Psi_l^m|} p_{li}^m h_{n,l}^m \|\mathbf{m}_l - \mathbf{u}_n^s\|^{-\alpha} = P_{tm} \sum_{m_l \in \mathcal{Q}_m} h_{n,l}^m \|\mathbf{m}_l - \mathbf{u}_n^s\|^{-\alpha} \quad (12)$$

当 UE 关联 MBS 时, SBS 和 MBS 产生的干扰分别表示为

$$I_{sm}^{\text{inter}} = \sum_{s_t \in \mathcal{Q}_s} \sum_{i=1}^{|\Psi_t^s|} p_{it}^s h_{n,t}^m \|\mathbf{s}_t - \mathbf{u}_n^m\|^{-\alpha} = P_{ts} \sum_{s_t \in \mathcal{Q}_s} h_{n,t}^m \|\mathbf{s}_t - \mathbf{u}_n^m\|^{-\alpha} \quad (13)$$

$$I_{mm}^{\text{inter}} = \sum_{m_l \in \mathcal{Q}_m \setminus m_0} \sum_{i=1}^{|\Psi_l^m|} p_{li}^m h_{n,l}^m \|\mathbf{m}_l - \mathbf{u}_n^m\|^{-\alpha} = P_{tm} \sum_{m_l \in \mathcal{Q}_m \setminus m_0} h_{n,l}^m \|\mathbf{m}_l - \mathbf{u}_n^m\|^{-\alpha} \quad (14)$$

令  $I = I_{sk}^{\text{inter}} + I_{mk}^{\text{inter}} + \sigma^2$ , 式(9)可表示为

$$\text{SINR}_{n,j}^k = \frac{p_j^k h_{n,0}^k \|\mathbf{x} - \mathbf{u}_n^k\|^{-\alpha}}{I_{n,j}^{k,\text{intra}} + I_{sk}^{\text{inter}} + I_{mk}^{\text{inter}} + \sigma^2} = \frac{1}{\frac{\left( \sum_{i=1}^{j-1} p_i^k + \varepsilon \sum_{i=j+1}^{|\Psi_0^k|} p_i^k \right)}{p_j^k} + \frac{I}{p_j^k h_{n,0}^k \|\mathbf{x} - \mathbf{u}_n^k\|^{-\alpha}}} \quad (15)$$

显然,  $\text{SINR}_{n,j}^k$  存在一个上限, 即

$$\text{up\_SINR}_{n,j}^k = \lim_{I \rightarrow 0} \text{SINR}_{n,j}^k = \frac{p_j^k}{\left( \sum_{i=1}^{j-1} p_i^k + \varepsilon \sum_{i=j+1}^{|\Psi_0^k|} p_i^k \right)} \quad (16)$$

于是, 当  $\text{up\_SINR}_{n,j}^k$  小于解码信号的 SINR 门限值  $\gamma$  时, UE  $\mathbf{u}_j^k$  解码失败。

### 4 覆盖概率分析

覆盖概率定义为 UE 实现目标 SINR 的概率, 即 UE 的实际 SINR 大于门限  $\gamma$  的概率, 则在本文的 NOMA-HetNet 中, UE 的平均覆盖率可表示为

$$\text{Pr}_c = \mathbb{P}(\mathcal{A}_s) \text{Pr}_c^s + \mathbb{P}(\mathcal{A}_m) \text{Pr}_c^m \quad (17)$$

其中,  $\text{Pr}_c^s$  和  $\text{Pr}_c^m$  分别表示 UE 关联 SBS 和 MBS 的平均覆盖率。

$$\text{Pr}_c^s = \frac{1}{|\Psi_0^s|} \sum_{n=1}^{|\Psi_0^s|} \text{Pr}_{n,c}^s \quad (18)$$

$$\text{Pr}_c^m = \frac{1}{|\Psi_0^m|} \sum_{n=1}^{|\Psi_0^m|} \text{Pr}_{n,c}^m \quad (19)$$

其中,  $\text{Pr}_{n,c}^s$  和  $\text{Pr}_{n,c}^m$  分别表示 UE  $\mathbf{u}_n^s$  和  $\mathbf{u}_n^m$  的覆盖概率。

根据式(16), 当  $\gamma > \text{up\_SINR}_{n,n}^k$  时, UE  $\mathbf{u}_n^k$  不能成功解码信号, 其覆盖概率为 0; 当  $\gamma \leq \text{up\_SINR}_{n,n}^k$  时, UE  $\mathbf{u}_n^k$  的覆盖概率  $\text{Pr}_{n,c}^k$  表示为

$$\begin{aligned} \text{Pr}_{n,c}^k &= \mathbb{P}[\text{SINR}_{n,n}^k > \gamma] = \\ & \mathbb{E}_{D_n^k} \left[ \mathbb{P} \left[ \frac{p_n^k h_{n,0}^k(d_n^k)}{h_{n,0}^k(d_n^k) \left( \sum_{i=1}^{n-1} p_i^k + \varepsilon \sum_{i=n+1}^{|\Psi_0^k|} p_i^k \right) + I} > \gamma \right] \middle| D_n^k \right] = \\ & \mathbb{E}_{D_n^k} \left[ \mathbb{P} \left[ h_{n,0}^k > \frac{\gamma I (d_n^k)^\alpha}{p_n^k - \gamma \left( \sum_{i=1}^{n-1} p_i^k + \varepsilon \sum_{i=n+1}^{|\Psi_0^k|} p_i^k \right)} \right] \middle| D_n^k \right] \stackrel{(a)}{=} \\ & \mathbb{E}_{D_n^k} \left[ \mathbb{P} [h_{n,0}^k > (I_{sk}^{\text{inter}} + I_{mk}^{\text{inter}} + \sigma^2) \beta_n^k (d_n^k)^\alpha] \middle| D_n^k \right] \stackrel{(b)}{=} \\ & \int_{\alpha_n^k > 0} \mathcal{L}_{j_{sk}^{\text{inter}}}(\beta_n^k (d_n^k)^\alpha) \mathcal{L}_{j_{mk}^{\text{inter}}}(\beta_n^k (d_n^k)^\alpha) e^{-\beta_n^k (d_n^k)^\alpha} f_{D_n^k}(d_n^k) dd_n^k \end{aligned} \quad (20)$$

其中,  $\alpha \geq 2$  表示路径损耗指数; 步骤(a)利用了变量代换  $\beta_n^k = \frac{\gamma}{p_n^k - \gamma \left( \sum_{i=1}^{n-1} p_i^k + \varepsilon \sum_{i=n+1}^{|\Psi_0^k|} p_i^k \right)}$ ; 步骤(b)利用

了  $h_{n,0}^k \sim \exp(1)$  和拉普拉斯变换  $\mathcal{L}_f(s) = \mathbb{E}_f[e^{-st}]$ 。

从式(20)可看出, 除了需要比较 SINR 上限与  $\gamma$  的大小外, 为求覆盖概率, 还需要给出 UE 关于干扰的拉普拉斯变换、服务距离的 PDF 和功率分配方案。下面将在给出 SINR 上限更新规则的基础上, 对所需的各部分进行详细的理论分析。

#### 4.1 SINR 上限更新规则

针对现实中非完美 SIC 方案, 本节给出了一种更符合实际情况的 SINR 上限更新规则。

在文献[14]中, 信道增益大的强用户总能成功解码弱用户信号, 而根据式(16)可知,  $\text{up\_SINR}_{n,j}^k > \gamma$  ( $j > n$ )并非恒成立, 即强用户未必

总能成功解码弱用户信号; 在文献[16]中, 强用户若不能解码弱用户信号, 该强用户便不能成功解码, 而根据式(16), 当  $\text{up\_SINR}_{n,j}^k < \gamma$  时, 不一定有  $\text{up\_SINR}_{n,n}^k < \gamma$ , 即强用户解码弱用户信号失败时, 也有可能成功解码自身信号。两者分别考虑了 SIC 解码时的最好和最坏情形。在实际情况中, 强用户未必总能成功解码弱用户信号; 同时, 即使解码失败, 也有可能成功解码自身信号。本文考虑强用户采用 SIC 解码弱用户信号时, 若不能成功解码, 则将该弱用户的信号视作簇内干扰信号继续解码。

在此假设下, 对 UE  $\mathbf{u}_n^k$  而言, 即使不能成功解码簇内较弱用户  $\mathbf{u}_j^k \in \{\mathbf{u}_{n+1}^k, \dots, \mathbf{u}_{|\Psi_0^k|}^k\}$ ,  $j = n+1, \dots, |\Psi_0^k|$  的信号, UE  $\mathbf{u}_n^k$  也有可能成功解码自身信号。但随着弱用户信号不能被正确解码, 该弱用户信号将会变成 UE  $\mathbf{u}_n^k$  的簇内干扰项, 即式(10)中对应的  $I_{n,n}^{k,\text{intra}}$  会改变, 从而引起式(16)中  $\text{up\_SINR}_{n,n}^k$  和对应的  $\beta_n^k$  产生变化, 进而影响 UE 的覆盖概率。根据上述分析可知, SINR 上限的具体更新规则如算法 1 所示。

#### 算法 1 SINR 上限的具体更新规则

输入  $p_1^k, \dots, p_{|\Psi_0^k|}^k$ ,  $\gamma$  和  $\varepsilon$

输出  $\{\text{up\_SINR}_{1,1}^k, \dots, \text{up\_SINR}_{|\Psi_0^k|,|\Psi_0^k|}^k\}$ ,  $\{\beta_1^k, \beta_2^k, \dots, \beta_{|\Psi_0^k|}^k\}$

1) for  $j=1:|\Psi_0^k|$  //对簇内所有用户, 求 SINR 上限的初始值

2)  $\text{temp}_j^k = \sum_{i=1}^{j-1} p_i^k + \varepsilon \sum_{i=j+1}^{|\Psi_0^k|} p_i^k$  //求  $\mathbf{u}_j^k$  的簇内干扰残留功率

3)  $\text{upper\_SINR}_{j,j}^k = \frac{p_j^k}{\text{temp}_j^k}$  //求  $\mathbf{u}_j^k$  的 SINR 上限初始值

4) end for

5) for  $j=|\Psi_0^k|:-1:1$  //由弱到强依次更新簇内干扰、SINR 上限和  $\beta$

6) if  $\gamma > \text{up\_SINR}_{j,j}^k$  //比较更新后的 SINR 上限与  $\gamma$  的大小

7)  $\text{Pr}_{j,c}^k = 0$  //  $\mathbf{u}_j^k$  不能成功解码, 覆盖概率为 0

8) for  $i=1:j-1$

9)  $\text{temp}_i^k = \text{temp}_i^k + (1 - \varepsilon) p_j^k$  //更新比  $u_j^k$  强的用户的干扰残留

10)  $I_{n,i}^{k,\text{intra}} = h_{n,0}^k (d_n^k)^{-\alpha} \text{temp}_i^k$  //更新比  $u_j^k$  强的用户的簇内干扰

11)  $\text{up\_SINR}_{i,i}^k = \frac{p_i^k}{\text{temp}_i^k}$  //更新比  $u_j^k$  强的用户的 SINR 上限

12) end for

13) end if

14)  $\beta_j^k = \max_{w \in \{j, j+1, \dots, |\Psi_0^k|\}} \frac{\gamma}{p_w^k - \gamma \text{temp}_w^k}$  //由弱到强更新用户对应的  $\beta$

15) end for

其中, 1)~4)表示 SIC 解码前, 簇内所有用户 SINR 上限初始值的计算过程; 5)~15)表示按由弱到强的顺序依次更新簇内干扰、SINR 上限和  $\beta$  的过程。相较文献[14]而言, 算法 1 增加了 5)~15)的计算复杂度  $O(|\Psi_0^k|^2)$ , 其中,  $|\Psi_0^k|$  表示簇  $\Psi_0^k$  中的用户数量。

将更新后的  $\{\text{up\_SINR}_{1,1}^k, \dots, \text{up\_SINR}_{|\Psi_0^k|, |\Psi_0^k|}^k\}$  和  $\{\beta_1^k, \beta_2^k, \dots, \beta_{|\Psi_0^k|}^k\}$  代入式(20), UE  $u_n^k$  的覆盖概率为

$$\Pr_{n,c}^k = \mathbb{P}[\text{SINR}_{n,n}^k > \gamma] = \begin{cases} 0, & \gamma > \text{up\_SINR}_{n,n}^k \\ \int_{d_n^k > 0} \left[ \mathcal{L}_{I_{sk}^{\text{inter}}}(\beta_n^k (d_n^k)^\alpha) \mathcal{L}_{I_{mk}^{\text{inter}}}(\beta_n^k (d_n^k)^\alpha) \right. \\ \left. e^{-\beta_n^k (d_n^k)^\alpha \sigma^2} f_{D_n^k}(d_n^k) \right] d d_n^k, & \gamma \leq \text{up\_SINR}_{n,n}^k \end{cases} \quad (21)$$

#### 4.2 干扰的拉普拉斯变换

本节给出  $I_{sk}^{\text{inter}}$  和  $I_{mk}^{\text{inter}}$  的拉普拉斯变换。对关联 SBS 的 UE  $u_n^s$  而言, 式(21)中的  $\mathcal{L}_{I_{sk}^{\text{inter}}}(s)$  为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{I_{ss}^{\text{inter}}}(s) &= \mathbb{E} \left[ \exp \left( -s P_{\text{ts}} \sum_{s_t \in \mathcal{Q}_s^s \setminus s_0} h_{n,t}^s \|s_t - u_n^s\|^{-\alpha} \right) \right] \stackrel{(a)}{=} \\ &= \mathbb{E}_{\mathcal{Q}_s} \left[ \prod_{s_t \in \mathcal{Q}_s^s \setminus s_0} \frac{1}{1 + s P_{\text{ts}} \|s_t - u_n^s\|^{-\alpha}} \right] \stackrel{(c)}{=} \\ &= \exp \left[ -\lambda_s \int_{R^2} \left( 1 - \frac{1}{1 + s P_{\text{ts}} \|s_t - u_n^s\|^{-\alpha}} \right) ds_t \right] \stackrel{(d)}{=} \\ &= \exp \left[ -2\pi\lambda_s \int_0^\infty \frac{s P_{\text{ts}} u^{-\alpha}}{1 + s P_{\text{ts}} u^{-\alpha}} u du \right] \end{aligned} \quad (22)$$

其中, 步骤(a)根据拉普拉斯变换的定义得到; 步骤(b)

根据干扰链路相互独立的假设得到; 步骤(c)根据 PPP 的概率生成函数 (PGFL, probability generating function) 得到; 步骤(d)利用了变量代换  $u = \|s_t - u_n^s\|$ , 并将直角坐标系转换为了极坐标系。同理可得

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{I_{ms}^{\text{inter}}}(s) &= \mathbb{E} \left[ \exp \left( -s P_{\text{tm}} \sum_{m_l \in \mathcal{Q}_n} h_{n,l}^s \|m_l - u_n^s\|^{-\alpha} \right) \right] = \\ &= \exp \left[ -2\pi\lambda_m \int_0^\infty \frac{s P_{\text{tm}} u^{-\alpha}}{1 + s P_{\text{tm}} u^{-\alpha}} u du \right] \end{aligned} \quad (23)$$

考虑到 SBS  $s_0$  与 UE  $u_n^s$  的服务距离为  $d_n^s$  时,

在以 UE  $u_n^s$  为圆心、 $d_n^s \left( \frac{P_{\text{tm}}}{P_{\text{ts}}} \right)^{\frac{1}{\alpha}}$  为半径的圆域内无 MBS 干扰, 所以 UE  $u_n^s$  所受簇间 SBS 的干扰和层间 MBS 干扰的拉普拉斯变换分别为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{I_{sm}^{\text{inter}}}(\beta_n^s (d_n^s)^\alpha) &= \\ &= \exp \left[ -2\pi\lambda_s \int_{d_n^s}^\infty \frac{\beta_n^s (d_n^s)^\alpha P_{\text{ts}} u^{-\alpha}}{1 + \beta_n^s (d_n^s)^\alpha P_{\text{ts}} u^{-\alpha}} u du \right] \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{I_{ms}^{\text{inter}}}(\beta_n^s (d_n^s)^\alpha) &= \\ &= \exp \left[ -2\pi\lambda_m \int_{d_n^s \left( \frac{P_{\text{tm}}}{P_{\text{ts}}} \right)^{\frac{1}{\alpha}}}^\infty \frac{\beta_n^s (d_n^s)^\alpha P_{\text{ts}} u^{-\alpha}}{1 + \beta_n^s (d_n^s)^\alpha P_{\text{ts}} u^{-\alpha}} u du \right] \end{aligned} \quad (25)$$

同理, 对关联 MBS 的 UE  $u_n^m$  而言, 所受层间 SBS 干扰和簇间 MBS 干扰的拉普拉斯变换分别为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{I_{sm}^{\text{inter}}}(\beta_n^m (d_n^m)^\alpha) &= \\ &= \exp \left[ -2\pi\lambda_s \int_{d_n^m}^\infty \frac{\beta_n^m (d_n^m)^\alpha P_{\text{ts}} u^{-\alpha}}{1 + \beta_n^m (d_n^m)^\alpha P_{\text{ts}} u^{-\alpha}} u du \right] \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{I_{mm}^{\text{inter}}}(\beta_n^m (d_n^m)^\alpha) &= \\ &= \exp \left[ -2\pi\lambda_m \int_{d_n^m}^\infty \frac{\beta_n^m (d_n^m)^\alpha P_{\text{tm}} u^{-\alpha}}{1 + \beta_n^m (d_n^m)^\alpha P_{\text{tm}} u^{-\alpha}} u du \right] \end{aligned} \quad (27)$$

#### 4.3 服务距离分析

本节重点关注 NOMA-HetNet 下服务距离的分布特性。服务距离定义为 UE 与关联 BS 间的距离, 而服务距离分布则对应地是 UE 关联某个特定 BS 下的条件分布, 于是, UE 与关联 SBS 间服务距离  $D_s > d_s$  和 UE 与关联 MBS 间服务距离  $D_m > d_m$  的概率可分别表示为

$$\mathbb{P}(D_s > d_s) = \mathbb{P}(R_s > d_s | A_s) \quad (28)$$

$$\mathbb{P}(D_m > d_m) = \mathbb{P}(R_m > d_m | \mathcal{A}_m) \quad (29)$$

为了得到服务距离的分布特性，需要求出 UE 与 SBS 或 MBS 间的距离分布和 UE 关联 SBS 或 MBS 的概率，而 UE 与 SBS 间的距离分布已由式(2)和式(3)给出。下面分析 UE 与 MBS 的距离分布特性和 UE 关联 SBS 或 MBS 的概率。

### 4.3.1 典型 UE 与典型 MBS 的距离分布

**步骤 1** 给定典型 SBS 与 MBS 间距离  $r_b$ ，推导典型 UE 与 MBS 间距离  $r_m$  的条件分布特性。

如图 2 所示，以典型 MBS  $m_0$  为原点，MBS  $m_0$  与 SBS  $s_0$  所在直线为横轴，建立直角坐标系，则  $m_0 = (0, 0)$ ,  $s_0 = (r_b, 0)$ ，同时令  $u_0 = (u_1, u_2)$  表示典型用户的坐标位置，则  $r_m = \|u_0\|$ 。根据 MBS 是否在 SBS 覆盖范围内，典型用户的坐标范围有所不同，因此，下面对  $r_b \leq R$  和  $r_b > R$  这 2 种情况进行分析，其中  $R$  表示典型 SBS 的覆盖半径。

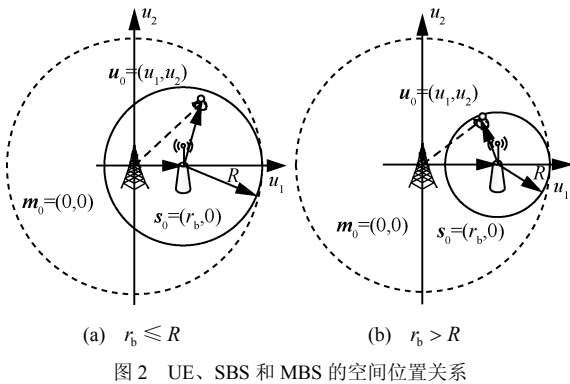


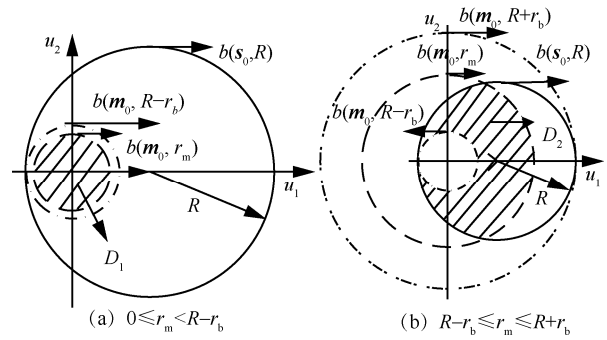
图 2 UE、SBS 和 MBS 的空间位置关系

根据图 2 所示的空间位置关系，当  $r_b \leq R$  时，有  $0 \leq r_m \leq r_b + R$ ；当  $r_b > R$  时，有  $r_b - R \leq r_m \leq r_b + R$ 。进一步地，考虑到  $r_m$  在  $[0, R - r_b]$  和  $(R - r_b, R + r_b]$  2 个范围内变化时，图 2(a) 中典型 UE 的  $u_0 = (u_1, u_2)$  分布的区域将不同。因此，结合  $r_m$  的 3 种取值情况(如图 3 所示)，下面将展开具体分析，其中  $b(o, a)$  表示以  $o$  为圆心， $a$  为半径的圆域。

#### 1) $r_b \leq R$

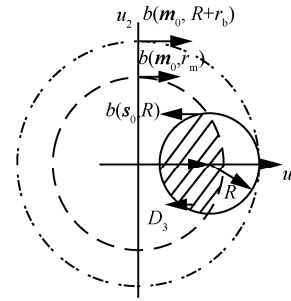
当  $0 \leq r_m < R - r_b$  时，典型 UE 的位置如图 3(a) 中  $D_1$  区域所示，其中  $D_1 = b(s_0, R) \cap b(m_0, r_m)$ ，结合式(1)，当典型 SBS 与 MBS 间距离  $r_b$  给定时，典型 UE 与 MBS 间距离  $r_m$  的 CDF 为

$$F_{R_m | R_b \leq 11}(r_m | r_b) = \mathbb{P}\{R_m \leq r_m | r_b\} = \iint_{\sqrt{u_1^2 + u_2^2} \leq r_m} f_U(u_1 - r_b, u_2) du_2 du_1 = \frac{r_m^2}{R^2} \quad (30)$$



(a)  $0 \leq r_m < R - r_b$

(b)  $R - r_b \leq r_m \leq R + r_b$



(b)  $r_b - R \leq r_m \leq r_b + R$

图 3 UE 的 3 种位置示意

进而有

$$f_{R_m | R_b \leq 11}(r_m | r_b) = \frac{2r_m}{R^2} \quad (31)$$

当  $R - r_b \leq r_m \leq R + r_b$  时，典型 UE 的位置如图 3(b) 中  $D_2$  区域所示，对应地有

$$\begin{aligned} F_{R_m | R_b \leq 12}(r_m | r_b) &= \mathbb{P}\{R_m \leq r_m | r_b\} = \\ &= \mathbb{P}\{R - r_b < R_m \leq r_m | r_b\} + \mathbb{P}\{0 \leq R_m \leq R - r_b | r_b\} = \\ &= \iint_{D_2} f_U(u_1 - r_b, u_2) du_2 du_1 + F_{R_m | R_b \leq 11}(R - r_b | r_b) = \\ &= \frac{1}{\pi R^2} \left[ R^2 \left( \theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) + r_m^2 \left( \beta - \frac{1}{2} \sin 2\beta \right) \right] \quad (32) \end{aligned}$$

$$f_{R_m | R_b \leq 12}(r_m | r_b) = \frac{dF_{R_m | R_b \leq 12}(r_m | r_b)}{dr_m} = \frac{2r_m \beta}{\pi R^2} \quad (33)$$

$$\text{其中, } \cos \theta = \frac{-r_m^2 + r_b^2 + R^2}{2Rr_b}, \quad \cos \beta = \frac{r_b^2 + r_m^2 - R^2}{2r_m r_b}.$$

#### 2) $r_b > R$

此时  $r_b - R \leq r_m \leq r_b + R$ ，典型 UE 的位置如图 3(c) 中  $D_3$  区域所示， $D_3 = b(s_0, R) \cap b(m_0, r_m)$ ，于是

$$\begin{aligned} F_{R_m | R_b \leq 2}(r_m | r_b) &= \mathbb{P}\{R_m \leq r_m | r_b\} = \\ &= \iint_{D_3} f_U(u_1 - r_b, u_2) du_2 du_1 = \\ &= \frac{1}{\pi R^2} \left[ R^2 \left( \theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) + r_m^2 \left( \beta - \frac{1}{2} \sin 2\beta \right) \right] \quad (34) \end{aligned}$$

$$f_{R_m|R_b-2}(r_m | r_b) = \frac{dF_{R_m|R_b-2}(r_m | r_b)}{dr_m} = \frac{2r_m\beta}{\pi R^2} \quad (35)$$

**步骤2** 推导典型 UE 与 MBS 间距离  $r_m$  的分布特性。

根据  $r_m$  的分段特性,  $f_{R_m}(r_m)$  需分 3 段来推导, 具体如图 4 所示。

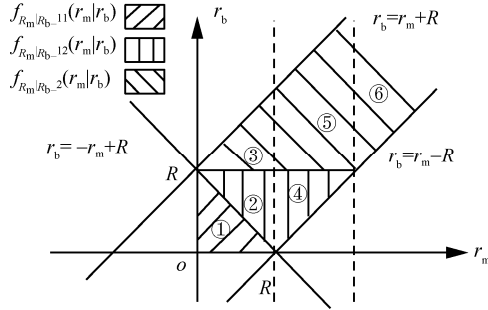


图4 分段求解  $r_m$  示意

1)  $0 \leq r_m < R$

令概率分布  $f_{R_m|R_b-11}(r_m | r_b)$ 、 $f_{R_m|R_b-12}(r_m | r_b)$  和  $f_{R_m|R_b-2}(r_m | r_b)$  依次与图 4 中的满足  $0 \leq r_m < R$  的区域①~③对应, 则当  $0 \leq r_m < R$  时, 有

$$f_{R_m-1}(r_m) = \int_0^{-r_m+R} f_{R_m|R_b-11}(r_m | r_b) f(r_b) dr_b + \int_{-r_m+R}^R f_{R_m|R_b-12}(r_m | r_b) f(r_b) dr_b + \int_R^{r_m+R} f_{R_m|R_b-2}(r_m | r_b) f(r_b) dr_b, \quad 0 \leq r_m < R \quad (36)$$

2)  $R \leq r_m < 2R$

令概率分布  $f_{R_m|R_b-12}(r_m | r_b)$  和  $f_{R_m|R_b-2}(r_m | r_b)$  与图 4 中的满足  $R \leq r_m < 2R$  的区域④、⑤对应, 则当  $R \leq r_m < 2R$  时, 有

$$f_{R_m-2}(r_m) = \int_{r_m-R}^R f_{R_m|R_b-12}(r_m | r_b) f(r_b) dr_b + \int_R^{r_m+R} f_{R_m|R_b-2}(r_m | r_b) f(r_b) dr_b, \quad R \leq r_m < 2R \quad (37)$$

3)  $r_m \geq 2R$

令  $f_{R_m|R_b-2}(r_m | r_b)$  与图 4 中满足  $R \leq r_m < 2R$  的唯一区域⑥对应, 则当  $r_m \geq 2R$ , 有

$$f_{R_m-3}(r_m) = \int_{r_m-R}^{r_m+R} f_{R_m|R_b-2}(r_m | r_b) f(r_b) dr_b, \quad r_m \geq 2R \quad (38)$$

由于  $f_{R_m|R_b-12}(r_m | r_b)$  和  $f_{R_m|R_b-2}(r_m | r_b)$  具有相同的表达式, 因此  $r_m$  的 PDF 和 CDF 可分别表示为

$$f_{R_m}(r_m) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{R_m|R_b}(r_m | r_b) f_{R_b}(r_b) dr_b = \begin{cases} f_{R_m-1}(r_m) = \int_0^{-r_m+R} f_{R_m|R_b-11}(r_m | r_b) f(r_b) dr_b + \int_{-r_m+R}^{r_m+R} f_{R_m|R_b-12}(r_m | r_b) f(r_b) dr_b, & 0 \leq r_m \leq R \\ f_{R_m-2}(r_m) = \int_{r_m-R}^{r_m+R} f_{R_m|R_b-12}(r_m | r_b) f(r_b) dr_b, & r_m > R \end{cases} \quad (39)$$

$$F_{R_m}(r_m) = \int_0^{r_m} f_{R_m-1}(r_m') dr_m' = \begin{cases} F_{R_m-1}(r_m) = \int_0^{r_m} f_{R_m-1}(r_m') dr_m', & 0 \leq r_m \leq R \\ F_{R_m-2}(r_m) = \int_R^{r_m} f_{R_m-2}(r_m') dr_m' + F_{R_m-1}(R), & r_m > R \end{cases} \quad (40)$$

### 4.3.2 关联概率

本节给出 UE 关联 SBS/MBS 的概率。记 UE 关联 SBS 为事件  $\mathcal{A}_s$ , UE 关联 MBS 为事件  $\mathcal{A}_m$ , 则 UE 关联 SBS 的概率分布为

$$\mathbb{P}(\mathcal{A}_s) = \mathbb{P}(P_{ts} R_s^{-\alpha} > P_{tm} R_m^{-\alpha}) = \int_0^{\infty} F_{R_s} \left( r_m \left( \frac{P_{ts}}{P_{tm}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \right) f_{R_m}(r_m) dr_m \quad (41)$$

UE 关联 MBS 的概率分布为

$$\mathbb{P}(\mathcal{A}_m) = \int_0^{\infty} \left[ 1 - F_{R_s} \left( r_m \left( \frac{P_{ts}}{P_{tm}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \right) \right] f_{R_m}(r_m) dr_m \quad (42)$$

### 4.3.3 UE 与关联 SBS/MBS 的服务距离分布

由 4.3.1 节和 4.3.2 节分析可得出 UE 与关联 SBS/MBS 的服务距离分布, 如式(43)~式(46)所示。

$$F_{D_s}(d_s) = 1 - \mathbb{P}(D_s > d_s) = 1 - \frac{\mathbb{P}(R_s > d_s, P_{ts} R_s^{-\alpha} \geq P_{tm} R_m^{-\alpha})}{\mathbb{P}(\mathcal{A}_s)} = \frac{1}{\mathbb{P}(\mathcal{A}_s)} \int_0^{d_s} \left[ 1 - F_{R_m} \left( r_s \left( \frac{P_{tm}}{P_{ts}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \right) \right] f_{R_s}(r_s) dr_s \quad (43)$$

$$f_{D_s}(d_s) = \frac{1}{\mathbb{P}(\mathcal{A}_s)} \left[ 1 - F_{R_m} \left( d_s \left( \frac{P_{tm}}{P_{ts}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \right) \right] f_{R_s}(d_s) \quad (44)$$

$$F_{D_m}(d_m) = 1 - \mathbb{P}(D_m > d_m) = 1 - \frac{\mathbb{P}(R_m > d_m, P_{tm} R_m^{-\alpha} \geq P_{ts} R_s^{-\alpha})}{\mathbb{P}(\mathcal{A}_m)} = \frac{1}{\mathbb{P}(\mathcal{A}_m)} \int_0^{d_m} \left[ 1 - F_{R_s} \left( r_m \left( \frac{P_{ts}}{P_{tm}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \right) \right] f_{R_m}(r_m) dr_m \quad (45)$$

$$f_{D_m}(d_m) = \frac{1}{\mathcal{P}(\mathcal{A}_m)} \left[ 1 - F_{R_s} \left( d_m \left( \frac{P_{ts}}{P_{tm}} \right)^{\frac{1}{\alpha}} \right) \right] f_{R_m}(d_m) \quad (46)$$

由于 UE  $u_n^k$  与其关联 BS 的服务距离是一个顺序统计量，根据顺序统计量的性质<sup>[22]</sup>，其 PDF 为

$$f_{D_n^k}(d_n^k) = \frac{|\Psi_0^k|!}{(n-1)! (|\Psi_0^k| - n)!} [F_{D_k}(d_k)]^{n-1} \cdot [1 - F_{D_k}(d_k)]^{|\Psi_0^k| - n} f_{D_k}(d_k), \quad k \in \{s, m\} \quad (47)$$

#### 4.4 功率分配方案

根据式(7)、式(8)、式(41)和式(42)，每个 NOMA 簇的用户数量与 BS 密度、BS 发射功率和 Matern 簇半径等参数密切相关，并随之动态变化。而现有关于 NOMA 的功率分配算法研究大多数都是基于固定用户数量进行优化，故与文献[14]类似，本文采用固定功率分配方案。具体表述为，针对每个 NOMA 簇，保证  $p_1^k \leq \dots \leq p_n^k \leq \dots \leq p_{|\Psi_0^k|}^k$ ，分配给 UE  $u_n^k$  的功率为

$$P_n^k = \frac{n}{\theta} P_{tk} \quad (48)$$

其中， $\theta$  为保证  $\sum_{n=1}^{|\Psi_0^k|} p_n^k = P_{tk}$  的一个常数。

$$\theta = \frac{|\Psi_0^k| (|\Psi_0^k| + 1)}{2} \quad (49)$$

综上所述，将 4.1 节~4.4 节的分析结果代入式(21)，即可获得各类用户的覆盖概率。

### 5 数值仿真分析

根据 3GPP 规范中基站设定的发射功率和相关文献<sup>[11,23]</sup>，本节利用仿真工具，根据第 2 节所述系统模型，对基于 MCP 的双层 NOMA-HetNet 模型中相关理论推导结果进行了仿真验证和分析，主要仿真参数如表 1 所示。

表 1 仿真参数

参数名	数值	参数名	数值
MBS 密度 $\lambda_m / \text{km}^{-2}$	1,2	簇半径 $R / \text{m}$	60,80,100
SBS 密度 $\lambda_s / \text{km}^{-2}$	$5\lambda_m$	UE 数量	4UE/SBS
MBS 发射功率 $P_m / \text{dBm}$	46	路径损耗指数 $\alpha$	4
SBS 发射功率 $P_s / \text{dBm}$	20	噪声功率 $\sigma^2$	0

图 5 和图 6 分别为关联概率和 NOMA 簇内平均用户数量随簇半径  $R$  和 MBSs 密度  $\lambda_m$  变化的仿真结果。可以看出，随着  $R$  和  $\lambda_m$  的增大，用户关联 MBS 的概率增大，关联 SBS 的概率减小，进而影响 MBS 和 SBS 服务的 NOMA 簇大小。原因在于，式(3)中  $F_{R_s}(\cdot)$  随簇半径  $R$  增大而减小，会使式(41)中  $\mathcal{P}(\mathcal{A}_s)$  随之减小，从而引起式(7)中关联 SBS 的平均 UE 数量  $|\Psi_0^s|$  减小；另一方面，UE 与 SBS 的相对密度保持不变时， $\lambda_m$  的增大，会使 UE 在距离 MBS 更近的地方出现的概率增大，从而使式(42)中  $\mathcal{P}(\mathcal{A}_m)$  增大，引起式(8)中关联 MBS 的平均 UE 数量  $|\Psi_0^m|$  减小。

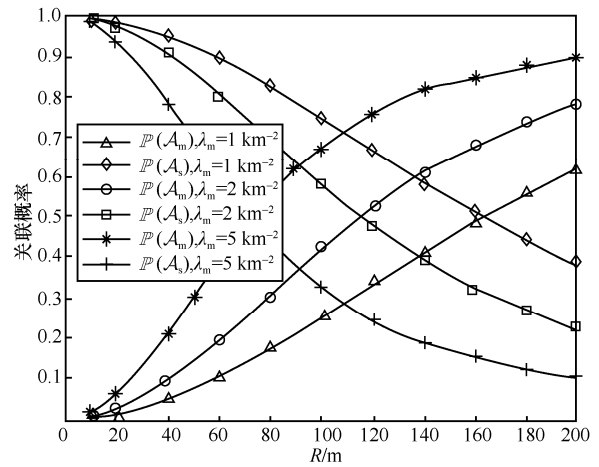


图 5 关联概率

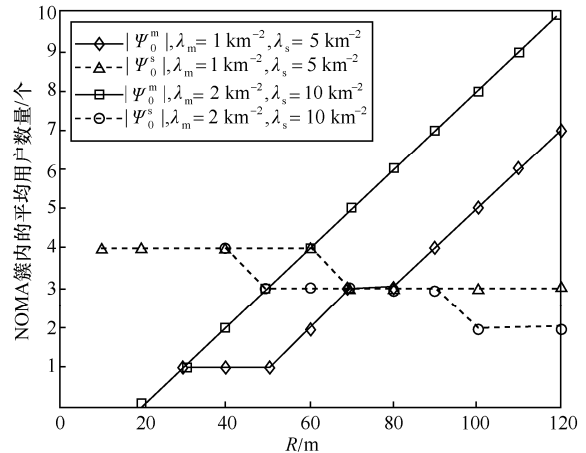


图 6 NOMA 簇内平均用户数量

图 7~图 10 给出了不同簇半径大小下，UE 与 BS 间服务距离的总体分布特性。仿真参数为  $\lambda_m = 1 \text{ km}^{-2}$ ,  $\lambda_s = 5 \text{ km}^{-2}$ 。图 7 和图 8 分别描述了 UE 关联 SBS 时，服务距离  $D_s$  的 PDF 和 CDF；图 9

和图 10 分别描述了 UE 关联 MBS 时, 服务距离  $D_m$  的 PDF 和 CDF。根据图 8 和图 10 的仿真结果,  $D_s$  和  $D_m$  的理论 CDF 曲线和实际结果几乎重合, 验证了理论推导结果的正确性。图 7 和图 9 表明, 服务距离  $D_s$  的概率密度随着簇半径  $R$  的增大而变小, 而在  $D_m$  较小时, 服务距离  $D_m$  的概率密度随着簇半径  $R$  的增大而减小, 在  $D_m$  很大时,  $D_m$  的概率密度随着簇半径  $R$  的增大而增大; 在同一簇半径  $R$  下, 距离越大,  $D_s$  的概率密度越大, 而  $D_m$  的概率密度先增大后减小。原因在于,  $R$  的增加对  $F_{R_m}(\cdot)$  和  $f_{R_m}(\cdot)$  几乎无影响, 但会使  $f_{R_s}(\cdot)$  和  $F_{R_s}(\cdot)$  减小, 导致子过程点变得更稀疏, 从而影响  $f_{D_s}(\cdot)$  和  $f_{D_m}(\cdot)$ 。

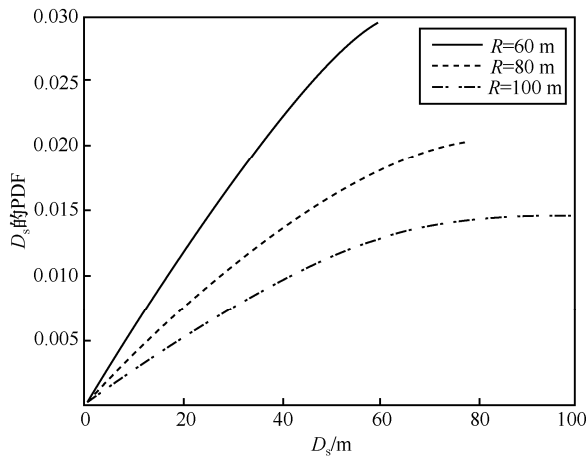


图 7  $D_s$  的 PDF

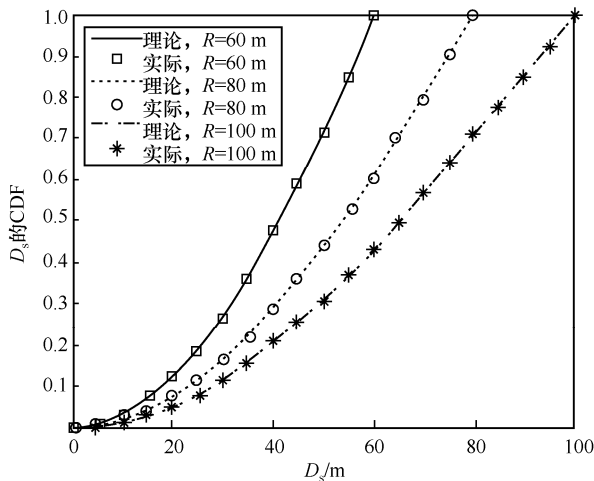


图 8  $D_s$  的 CDF

根据图 6, 当  $\lambda_m = 1 \text{ km}^{-2}$ 、 $\lambda_s = 5 \text{ km}^{-2}$ 、簇半径  $R = 100 \text{ m}$  时, 关联 SBS 和 MBS 的 UE 数量分别为 3 和 5。图 11 和图 12 分别描述了 SBS 和 MBS

所服务的 NOMA 簇内各个用户与基站间服务距离  $D_n^s$  和  $D_n^m$  的分布特性 (即式(47)中的  $f_{D_n^k}(d_n^k)$ ,  $f_{D_n^s}(d_n^s), n=1,2,3, f_{D_n^m}(d_n^m), n=1, \dots, 5$ ), 并与各自的母体分布曲线 (式(44)中的  $f_{D_s}(d_s)$  和式(46)中的  $f_{D_m}(d_m)$ ) 进行了比较。由仿真结果可知, 距离 BS 越近的用户 (根据 2.2 节的假设,  $n$  越小, UE 距离 BS 越近), 在短距离范围内的概率密度越大, 在长距离范围内的概率密度越小; 各个用户的服务距离分布曲线与母体的分布曲线走势相似, 符合顺序统计量的性质, 证明了理论推导结果的正确性。

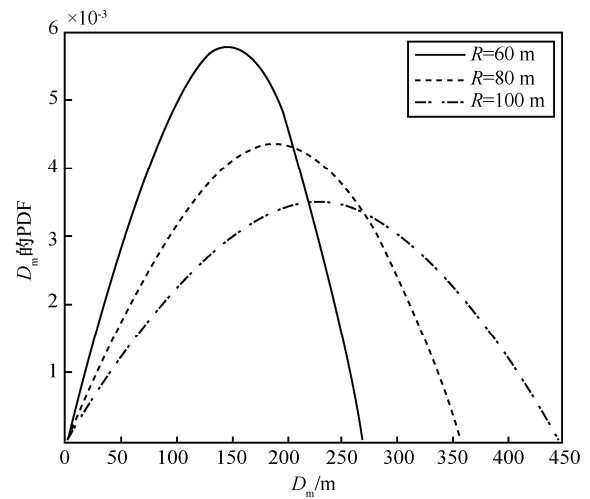


图 9  $D_m$  的 PDF

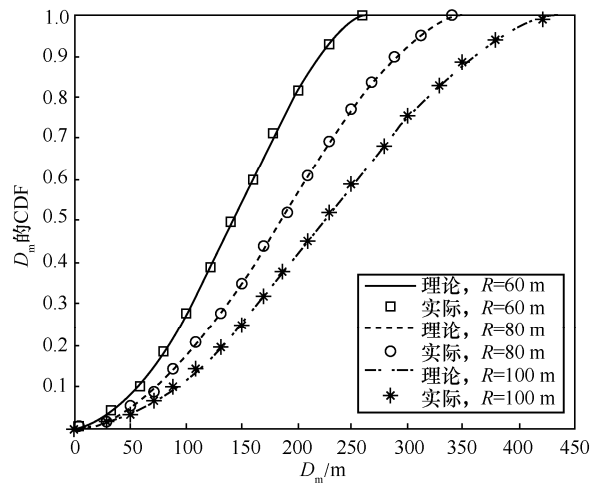


图 10  $D_m$  的 CDF

图 13 和图 14 分别为由 SBS 和 MBS 服务的 NOMA 簇内用户的覆盖概率随 SINR 门限变化的关系曲线; 同时将文献[14]中完美 SIC 方案与本文不完美 SIC 解码方案下的覆盖概率进行了对比。仿真

参数为  $\lambda_m = 1 \text{ km}^{-2}$ ,  $\lambda_s = 5 \text{ km}^{-2}$ ,  $R = 100 \text{ m}$ 。结果表明, 距离 BS 越近的用户覆盖概率越大。原因在于, 根据式(9)~式(14), 针对同一 NOMA 簇中的用户,  $I_{sk}^{\text{inter}}$  和  $I_{mk}^{\text{inter}}$  相同, 而  $n$  越小,  $I_{n,j}^{k,\text{intra}}$  越小, 即越接近 BS 的用户, 受干扰影响更小, 信道质量更好, 故覆盖概率越大; 同时, NOMA 簇的规模越小, 簇内各用户的覆盖性能越好, 这是因为簇的规模越小, 簇内干扰越小, 进行 SIC 解码时受到的限制越小(在本文功率分配方案下, 式(16)中  $\text{up\_SINR}_{n,j}^k$  小于解码门限的概率越小)。另一方面, 与文献[14]中完美 SIC 情形相比, 在本文考虑的不完美 SIC 情形中, 当 NOMA 簇内最弱的 UE 不能成功解码时, 簇内其他 UE 在同一 SINR 门限下也不能成功解码, 尽管其覆盖概率有所削弱, 同时更新 SINR 上限值方面增加了少量复杂度, 但更符合实际。

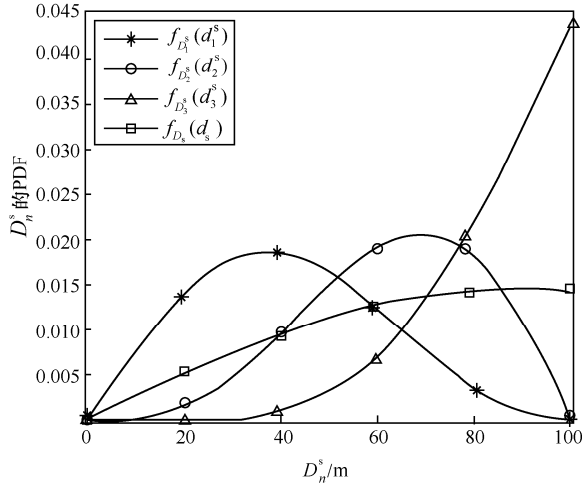


图 11  $D_n^s$  的 PDF

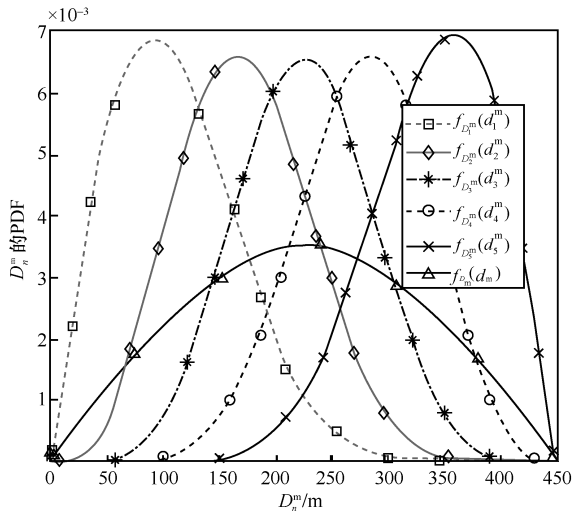


图 12  $D_n^m$  的 PDF

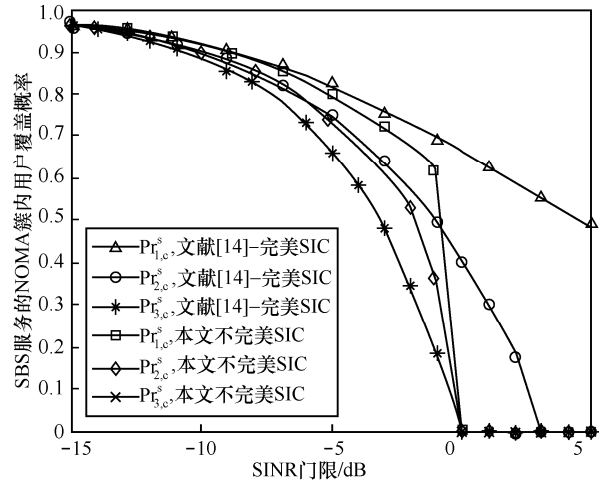


图 13 SBS 服务的 NOMA 簇内用户覆盖概率

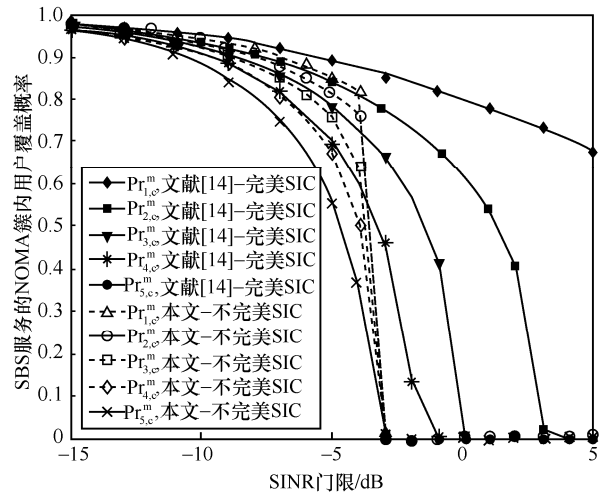


图 14 MBS 服务的 NOMA 簇内用户覆盖概率

图 15 为系统平均覆盖概率、关联 SBS 和 MBS 的 UE 的平均覆盖概率(即式(17)~式(19)中的  $\text{Pr}_c$ 、 $\text{Pr}_c^s$  和  $\text{Pr}_c^m$ ) 随 SINR 门限的变化曲线。可以看出, 在较低 SINR 门限(小于  $-3 \text{ dB}$ )下, 簇内的用户均能成功解码时, 2 种不同类型 NOMA 簇的平均覆盖概率差别较小, 在满足一定覆盖率的同时保证了用户的公平性; 而在较高 SINR 门限(大于  $-3 \text{ dB}$ )下, MBS 服务的簇内部分用户不能成功解码, 导致关联 MBS 的 UE 的平均覆盖概率迅速下降, 大幅降低了系统平均覆盖概率。同时, 与文献[14]中完美 SIC 情形相比, 在本文中的不完美 SIC 情形中, 由于 UE 的 SINR 上限值变化, 覆盖性能不可避免地有所削弱, 但更符合实际情况。

图 16 和图 17 分别为 SIC 后, 干扰残余因子  $\varepsilon$  对由 SBS 和 MBS 服务的 NOMA 簇内用户的覆盖概率的影响。仿真结果表明, 较低的干扰残余(例如

$\varepsilon = 0.1$ ) 对覆盖性能影响较小, 但当干扰残余率较大时 (例如  $\varepsilon = 0.5$ ), 对覆盖概率的恶性影响将会显著加深。这是因为干扰残余因子  $\varepsilon$  的增大, 会增大簇内干扰式(10)中的  $I_{n,j}^{k, \text{intra}}$ , 使越靠后解码的 UE (距离 BS 越近的 UE) 受到更严重的簇内干扰影响, 进而减小 SINR, 导致覆盖概率降低。

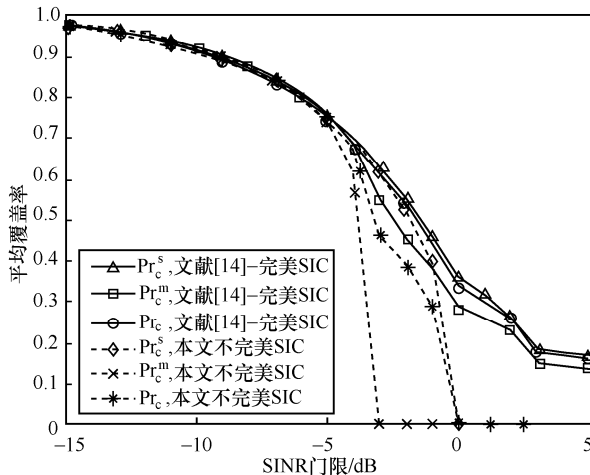


图 15 平均覆盖概率

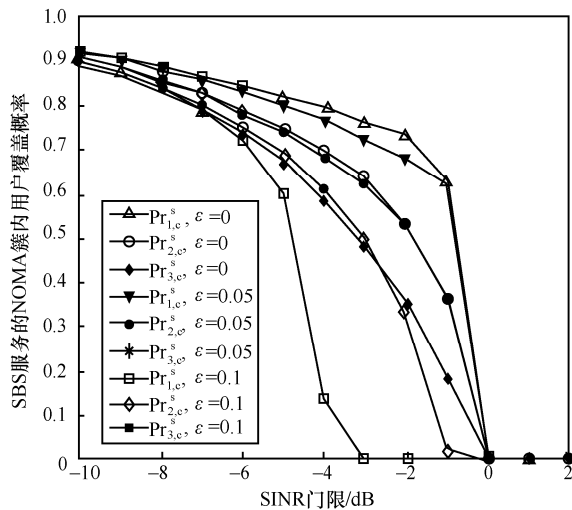


图 16 干扰残余因子对 SBS 的用户覆盖概率的影响

## 6 结束语

考虑用户与小基站的相关性和现实网络中的随机性和不规则性, 融入 NOMA 技术, 建立了一种基于 MCP 的新型 NOMA-HetNet 模型, 进而借助随机几何理论和顺序统计量等数学工具, 推导了该模型下服务距离和覆盖概率的理论表达式; 通过数值仿真, 分析了簇半径、基站密度和 SIC 干扰残余因子对服务距离和覆盖概率的影响, 验证了理论推

导的正确性。结果表明, 通过设置合适的系统参数, 基于 MCP 的新型 NOMA-HetNet 模型能在保证一定覆盖概率的同时, 进一步提升系统服务的 UEs 数量, 从而给未来 NOMA-HetNet 的部署提供了一定理论支撑。

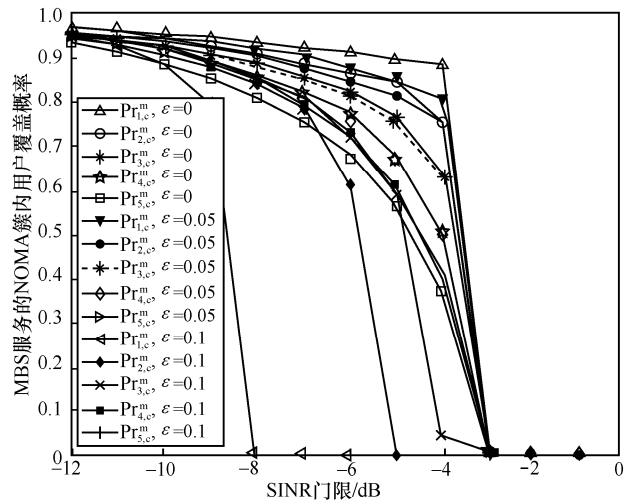


图 17 干扰残余因子对 MBS 的用户覆盖概率的影响

## 参考文献:

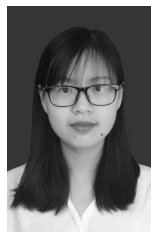
- [1] 张平,陶运铮,张治. 5G 若干关键技术评述[J]. 通信学报, 2016, 37(7):15-29.  
ZHANG P, TAO Y Z, ZHANG Z. Survey of several key technologies for 5G[J]. Journal on Communications, 2016, 37(7):15-29.
- [2] KAMEL M, HAMOUDA W, YOUSSEF A M, et al. Ultra-dense networks: a survey[J]. IEEE Communications Surveys and Tutorials, 2016, 18(4):2522-2545.
- [3] DAI L, WANG B, YUAN Y, et al. Non-orthogonal multiple access for 5G solutions, challenges, opportunities, and future research trends[J]. IEEE Communications Magazine, 2015, 53(9):74-81.
- [4] ZHANG Z, MA Z, XIAO M, et al. Modeling and analysis of non-orthogonal MBMS transmission in heterogeneous networks[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2017, 35(10): 2221-2237.
- [5] CUNHUA P, MAGED E, JIANGZHOU W, et al. User-centric C-RAN architecture for ultra-dense 5G Networks: challenges and methodologies[J]. IEEE Communications Magazine, 2018, 56(6): 14-20.
- [6] 金明录, 郭楠. 基于 Thomas 簇过程的异构蜂窝网能量效率分析[J]. 通信学报, 2019, 40(10): 149-156.  
JIN M L, GUO N. Energy efficiency analysis of heterogeneous cellular network based on Thomas cluster process[J]. Journal on Communications, 2019, 40(10): 149-156.
- [7] DHILLON H S, GANTI R K, BACCELLI F, et al. Modeling and analysis of k-tier downlink heterogeneous cellular networks[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2012, 30(3):550-560.
- [8] 3GPP. Study on scenarios and requirements for next generation access technologies: TR 38.913 [R]. (2016-10-04)[2020-04-28].
- [9] SAHA C, DHILLON H S, MIYOSHI N, et al. Unified analysis of

- HetNets using poisson cluster processes under max-power association[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2019, 18(8): 3797-3812.
- [10] SAHA C, AFSHANG M, DHILLON H S, et al. Enriched k-tier HetNet model to enable the analysis of user-centric small cell deployments[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2017, 16(3): 1593-1608.
- [11] AFSHANG M, DHILLON H S. A new clustered HetNet model to accurately characterize user-centric small cell deployments[C]//IEEE Wireless Communications and Networking Conference. Piscataway: IEEE Press, 2017: 1-6.
- [12] AFSHANG M, SAHA C, DHILLON H S, et al. Nearest-neighbor and contact distance distributions for Thomas cluster process[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2017, 6(1): 130-133.
- [13] AFSHANG M, SAHA C, DHILLON H S. Nearest-neighbor and contact distance distributions for Matérn cluster process[J]. IEEE Communications Letters, 2017, 21(12): 2686-2689.
- [14] ZHANG Z, SUN H, HU R Q, et al. Stochastic geometry based performance study on 5G non-orthogonal multiple access scheme[C]//IEEE Global Communications Conference. Piscataway: IEEE Press, 2016: 1-6.
- [15] ZHANG Z, SUN H, HU R Q, et al. Downlink and uplink non-orthogonal multiple access in a dense wireless network[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2017, 35(12): 2771-2784.
- [16] ALI K S, ELSAWY H, CHAABAN A, et al. Analyzing non-orthogonal multiple access (NOMA) in downlink poisson cellular networks[C]//IEEE International Conference on Communications. Piscataway: IEEE Press, 2018: 1-6.
- [17] MARCANO A S, CHRISTIANSEN H L. Impact of NOMA on network capacity dimensioning for 5G HetNets[J]. IEEE Access, 2018, 6: 13587-13603.
- [18] ZHAO J, LIU Y, CHAI K K, et al. Spectrum allocation and power control for non-orthogonal multiple access in HetNets[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2017, 16(9): 5825-5837.
- [19] NASSER A, MUTA O, ELSABROUTY M, et al. Compressive sensing based spectrum allocation and power control for NOMA HetNets[J]. IEEE Access, 2019, 7: 98495-98506.
- [20] XU B, CHEN Y, CARRION J R, et al. Resource allocation in energy-cooperation enabled two-tier NOMA HetNets toward green 5G [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2017, 35(12): 2758-2770.
- [21] HAENGGI M. On distances in uniformly random networks[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2005, 51(10):3584-3586.
- [22] DAVID H A, NAGARAJA H N. Order statistics[J]. International Encyclopedia of the Social and Behavioral Sciences, 2001, 67(339):10897-10901.
- [23] WANG Y, ZHU Q. Modelling and analysis of heterogeneous cellular networks using a matern cluster process[J]. IET Communications, 2017, 11(18): 2783-2791.

#### [作者简介]



景小荣（1974- ），男，甘肃平凉人，博士，重庆邮电大学教授、博士生导师，主要研究方向为无线通信系统信号与信息处理。



陈怡西（1995- ），女，四川广安人，重庆邮电大学硕士生，主要研究方向为无线通信、信号处理。



陈前斌（1967- ），男，四川营山人，博士，重庆邮电大学教授、博士生导师，主要研究方向为通信网理论与技术、无线通信、多媒体信息传输与处理。